

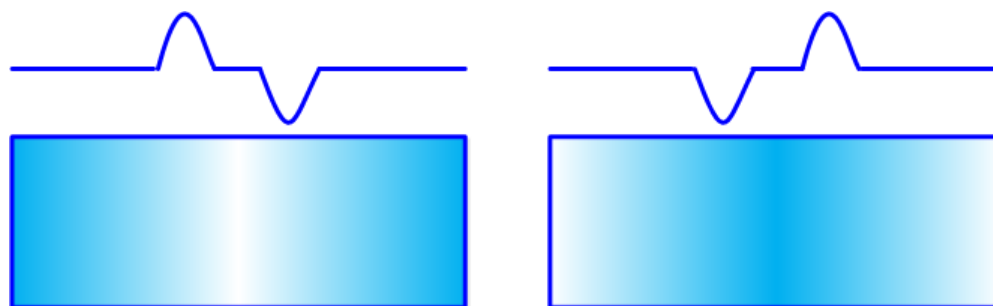
## 卷积运算 (Convolution) 说明

### 边缘

边缘(edge)是指图像局部强度变化最显著的部分。主要存在于目标与目标、目标与背景、区域与区域(包括不同色彩)之间,是图像分割、纹理特征和形状特征等图像分析的重要基础。图像梯度特征的常用算子: Sobel、Prewitt、Roberts

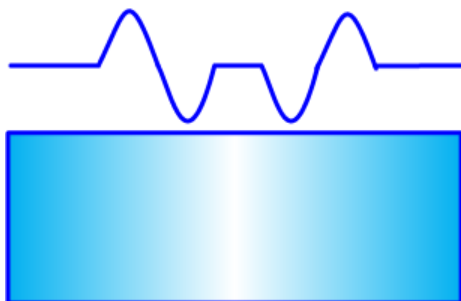
### 一阶导数法: 梯度算子

对于左图,左侧的边是正的(由暗到亮),右侧的边是负的(由亮到暗)。对于右图,结论相反。常数部分为零。用来检测边是否存在。



## 二阶微分法：拉普拉斯

二阶微分在亮的一边是负的，在暗的一边是正的。常数部分为零。可以用来确定边的准确位置，以及像素在亮的一侧还是暗的一侧。



拉普拉斯对噪声敏感，会产生双边效果。不能检测出边的方向。通常不直接用于边的检测，只起辅助的角色，检测一个像素是在边的亮的一边还是暗的一边利用零跨越，确定边的位置。

## 索贝尔算子（Sobel operator）

索贝尔算子（Sobel operator）主要用作边缘检测，在技术上，它是一离散性差分算子，用来运算图像亮度函数的灰度之近似值。在图像的任何一点使用此算子，将会产生对应的灰度矢量或是其法矢量。

Sobel 卷积因子为：

-1	0	+1
-2	0	+2
-1	0	+1

**G<sub>x</sub>**

+1	+2	+1
0	0	0
-1	-2	-1

**G<sub>y</sub>**

该算子包含两组 3x3 的矩阵，分别为横向及纵向，将之与图像作平面卷积，即可分别得出横向及纵向的亮度差分近似值。如果以 A 代表原始图像，G<sub>x</sub> 及 G<sub>y</sub> 分别代表经横向及纵向边缘检测的图像灰度值，其公式如下：

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -2 & 0 & +2 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix} * A \quad \text{and} \quad G_y = \begin{bmatrix} +1 & +2 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} * A$$

具体计算如下：

$$\begin{aligned}
 G_x &= (-1)*f(x-1, y-1) + 0*f(x,y-1) + 1*f(x+1,y-1) \\
 &\quad + (-2)*f(x-1,y) + 0*f(x,y) + 2*f(x+1,y) \\
 &\quad + (-1)*f(x-1,y+1) + 0*f(x,y+1) + 1*f(x+1,y+1) \\
 &= [f(x+1,y-1)+2*f(x+1,y)+f(x+1,y+1)]-[f(x-1,y-1)+2*f(x-1,y)+f(x-1,y+1)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_y &= 1*f(x-1, y-1) + 2*f(x,y-1) + 1*f(x+1,y-1) \\
 &\quad + 0*f(x-1,y) + 0*f(x,y) + 0*f(x+1,y) \\
 &\quad + (-1)*f(x-1,y+1) + (-2)*f(x,y+1) + (-1)*f(x+1, y+1) \\
 &= [f(x-1,y-1) + 2f(x,y-1) + f(x+1,y-1)]-[f(x-1, y+1) + 2*f(x,y+1)+f(x+1,y+1)]
 \end{aligned}$$

其中  $f(a,b)$ , 表示图像(a,b)点的灰度值：

图像的每一个像素的横向及纵向灰度值通过以下公式结合，来计算该点灰度的大小：

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

通常，为了提高效率 使用不开平方的近似值：

$$|G| = |G_x| + |G_y|$$

如果梯度  $G$  大于某一阈值 则认为该点(x,y)为边缘点。

然后可用以下公式计算梯度方向：

$$\Theta = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

Sobel 算子根据像素点上下、左右邻点灰度加权差，在边缘处达到极值这一现象检测边缘。对噪声具有平滑作用，提供较为精确的边缘方向信息，边缘定位精度不够高。当对精度要求不是很高时，是一种较为常用的边缘检测方法。

## 普利维特算子(Prewitt operate):

除 sobel 边缘检测外 还有 Prewitt 算子， 它的卷积因子如下：

-1	0	+1
-1	0	+1
-1	0	+1

Gx

+1	+1	+1
0	0	0
-1	-1	-1

Gy

其他计算 和 sobel 差不多；

Prewitt 算子利用像素点上下、左右邻点灰度差，在边缘处达到极值检测边缘。对噪声具有平滑作用，定位精度不够高。

## 罗伯茨交叉边缘检测 (Roberts Cross operator)

卷积因子如下：

+1	0
0	-1

Gx

0	+1
-1	0

Gy

灰度公式为：

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

近似公式为：

$$|G| = |G_x| + |G_y|$$

具体计算如下：

$$G(x,y) = \text{abs}(f(x,y) - f(x+1,y+1)) + \text{abs}(f(x,y+1) - f(x+1,y))$$

灰度方向 计算公式为：

$$\theta = \arctan(G_y/G_x) + (1/4)\pi$$

Roberts 算子采用对角线方向相邻两像素之差近似梯度幅值检测边缘。检测水平和垂直边缘的效果好于斜向边缘，定位精度高，对噪声敏感。